

A PROBLÉMA ÉS A PROBLÉMAMEGOLDÓ GONDOLKODÁS

Kontra József

Munkácsy Mihály Gimnázium, Kaposvár

Viszonylag sokat olvashatunk a problémamegoldás módszereiről, stratégiákról, úgynevezett „problémamegoldó receptekről”. Egyúttal kevesebb szó esik arról, hogy miként jellemezhető a problémamegoldás folyamata, és egyáltalán milyen problémákkal találkozhatunk. De mit is nevezünk problémának? Mitől lesz érdekes a tanuló számára egy feladat? Voltaképpen ismertek-e a tárgyhoz kapcsolódó kutatási eredmények?

A válaszokat pontosan kell tudnunk, hiszen a problémamegoldó tevékenység első lépése a probléma észlelése, megértése. *Schoenfeld* (1985) véleménye szerint a kítűzött matematika „problémák” nem is tekinthetők igazán problémáknak, hanem inkább rövid idő alatt megoldható gyakorlatoknak, feladatoknak. Az egy kérdéstről órákig, még kevésbé napokig tartó gondolkodás élménye nem jellemző; a tanulók hamar, a megoldásra tett pár sikertelen kísérlet után felhagynak a próbálkozással.

A probléma fogalmának tisztázása és elemzése azért is szükséges, mert a kívülről kapott feladatok megoldásán túl, az eredményesség szempontjából meghatározó az újabb problémák meglátása, keresése és felvetése is. Egyebek között a matematika területén sokáig az érdeklődés középpontjában a problémamegoldás állt, s a problémafelvetés háttérbe szorult (*Walter és Brown, 1977*). Az utóbbi években azonban már ez a komponens is kellő figyelmet kapott (*Kürti, 1989; Gonzales, 1994*).

Problémamegoldó tanítás a problémamegoldási folyamat jellemzőinek kellő ismerete nélkül mizerábilis kísérlet. A tanítás akkor lehet hatékony, ha figyelembe veszi a tanuló mindenkori gondolkodási sajátosságait. Ma is megfigyelhető, hogy számos tanuló azért hidegül el a matematika tanulásától, mert számukra teljesíthetlent várnak el tőlük (*Majoros, 1992*).

Az említettekből is adódhat, hogy sok pedagógus problémahelyzetekben egyszerűen megmutatja a tanulóknak azt, hogy mit tegyenek. Így az sem meglepő, hogy gyakran a „problémázást” az iskolákban nem méltatják; főként a „tudatlanságot, bizonytalanságot” emelik ki, amikor a tanuló gondolkodik. Más kérdés az, hogy az emlékezet milyen szerepet játszik a problémamegoldási folyamatban. Ha nincs mivel megoldani a problémát, a megoldás mindenesetre valószínűtlen. Az emlékezeti elemek megléte azonban nem elegendő, azokat különböző helyzetekben fel kell tudni idézni. Ezek vizsgálata is már átvezet a problémamegoldás területére.

Korlátozott terjedelmű írásunkban – a releváns irodalom bősége miatt első megközelítésben csak viszonylagos teljességre törekedve – a következő összetartozó kérdésekre keresünk választ:

Mit minősítünk problémának? Hogyan csoportosíthatók a problémák?

Hogyan illeszthetők be a problémák a tanítási-tanulási folyamatba?

Miként jellemezhető a problémamegoldó tevékenység?

Példákat a matematika és a fizika területéről vettünk. *Célunk* elsősorban a hazai pedagógus köztudatban ismeretlen, de a téma irodalmában *általánosan elfogadott néhány alapvető megállapítás*, valamint *egy-két jelenkori megközelítésmód ismertetése*, különös tekintettel az aránylag friss külföldi publikációkra. Ennek folytán részletesebb kifejtés nélkül kerülnek egymás mellé különböző pszichológiai elmélettörédek. A mélyebb elsajátításhoz tehát kívánatos minél több könyv áttanulmányozása. Ekkor megismerhetők további elképzelések, modellek, amelyek ebben az írásban is szerepelhettek volna.

Mi a probléma?

A probléma fogalma

Problémának nevezhető a szó legáltalánosabb értelmében minden olyan helyzet, ahol bizonyos cél elérésének szándékakor a megvalósítás útja számunkra rejtett (*Lénárd*, 1984. 37. o.). Problémát jelent, ha huzamosabb nélkülözés vagy averzív ingereltetés állapotában nem tudunk sikeres választ adni (*Skinner*, 1973. 122. o.), illetve egy stimulus szituáció, amelynél az organizmusnak nincs kész válasza (*Davis*, 1973. 12. o.).

Az úgynevezett „*problémaszituáció*” két alapvető összetevője: egyrészt *ami adott*, stimulus, eszközök, tudás, jártasság stb., másrészt *ami elérendő vagy megvalósítandó*, a cél vagy a megoldás (*Mayer*, 1979). A szituációban a megoldónak az ismert információkat számára új módon kell összekapcsolnia a megoldáshoz (*Kantowsky*, 1980. 195. o.). Ha rögtön felismerhető, hogy mit kell tenni, akkor *rutinfeladatról* van szó.

Megkülönböztethető tehát a *feladat* és a *probléma* fogalma. A probléma abban különbözik a feladattól, hogy a problémamegoldó nem rendelkezik a megoldáshoz szükséges eljárással, algoritmussal (*Kantowsky*, 1981. 113. o.). *Kürti Istvánné* (1982. 97. o.) megfogalmazásában: „A feladat olyan helyzetet jelent, amelynek a célja és az ahhoz vezető út is ismert. A problémáról akkor beszélünk, ha a célhoz vezető utat nem ismerjük.” Mindebből következik, hogy a probléma fogalma személyhez és időhöz kötött, hiszen a feltételek, adottságok mind egyénekenként, mind időben változhatnak. Az idő szerepével kapcsolatosan a problémamegoldó tanítás szempontjából kiemelhető, hogy a tanítási-tanulási folyamatban a korábban megoldott probléma gyakorláskor feladattá válhat.

Az előbbiek alapján a probléma fogalma a pedagógiai alkalmazhatóság szempontjából egyszerűsítve a következő módon formalizálható: *Probléma = Cél + Akadály* (*Jackson*, 1983). Egy személy tehát akkor áll szemben problémával, ha az adott időpontban a cél elérésének útjában akadály van (*Johnson*, 1972; *Kahney*, 1986). Ez a meghatározás problémamegoldó stratégia kiinduló pontja is lehet (*Dowson*, 1987).

A *cél* és az *akadály* felismerése teszi lehetővé a megfelelő döntések meghozását. Ha az akadály oka a megoldó kompetenciájának hiánya, akkor a megoldás útja végleg elzáródhat. A megoldás véletlen megtalálását természetesen nem lehet kizárni. Akadály adódhat azonban akkor is, ha a megoldó képes a megoldásra, de a szituáció kezdeti kódolása nem aktivizálja a releváns ismereteket. Ekkor a probléma újraértékelése, a problémaszituáció vagy a cél reprezentációjának megváltoztatása segíthet. A probléma reprezentációja meghatározó (*Chi, Feltovich és Glaser, 1981; Hayes és Simon, 1976; Newell és Simon, 1972*).

Gyakran az akadály több részre bontható. Erre épül a problémaredukáló megközelítés, amelynek lényege könnyebben kezelhető részproblémák generálása (*Gilhooly, 1988*). Természetesen a problémamegoldó már eleinte is több akadállyal találkozhat, így talán célszerűbb lenne akadályokról beszélni. Másrészt a formalizálás nem utal a cél elérésének a módjára. Tudástechnikai szempontból pedig a célt megvalósító *eszközök, metódusok* legalább olyan lényegesek. Erre a kérdésre később visszatérünk.

Problémákkal szembekerülve a megoldó gyakran használja hasonló problémák megoldása során nyert tapasztalatát. Például a matematika és fizika területén a problémamegoldók a problémákat típusokba sorolják (*Chi és mtsai, 1981; Hinsley, Hayes és Simon, 1978*). A problémaosztályokhoz kapcsolódó tudás az úgynevezett problématípus szkéma (problem-type schemata), amely magában foglalja a releváns fogalmakat, elveket, szabályokat, eljárásokat, relációkat, műveleteket stb. A problémamegoldásban játszott szerepe miatt problématípus szkéma kialakulásával többen is foglalkoztak (például *Anderson és Thompson, 1989; Novick és Holyoak, 1991; Ross és Kennedy, 1990*). Ajánlatos tehát, hogy a tanulók *lényegesen* különböző problémákkal találkozzanak. Következésképpen figyelmet érdemel a problémák osztályozása.

A problémák osztályozása

Előbb a főbb rendezési elveket gyűjtjük össze, majd egy-két mintaértékű példával illusztráljuk alkalmazhatóságukat adott szakterületeken.

Mindenekelőtt megkülönböztethetők az ellenféllel rendelkező (adversary) illetve az ellenféllel nem rendelkező (non-adversary) problémák (*Gilhooly, 1982*). Az előbbiek esetében az ember egy gondolkodó ellenféllel viaskodik (pl. sakk), míg az utóbbiaknál egy személy vagy egy kooperatív csoport dolgozik egy „élettelen feladat” megoldásán. Az adversary problémák megoldásával (adversarial problem solving vagy APS) kapcsolatos kognitív folyamatokat vizsgálta *Thagard (1992)*.

Különbség tehető a *szemantikusan gazdag* és a *szemantikusan szegény* problémák között is (*Chi, Glaser és Rees, 1982*). A szemantikusan gazdag problémáknál a megoldó jelentős releváns ismerettel bír. (A problémamegoldó tevékenység vizsgálata során használt feladatok általában a legtöbb ember számára szemantikusan szegények.)

A problémákat gyakran csoportosítják úgy is, hogy milyen részletezettséggel adott illetve leírt (a) a kezdeti, kiindulási állapot, és (b) a megvalósítandó célállapot. (Az 1. táblázatban példákat adtunk meg.) Harmadik komponensként megadható még (c) a lehetséges operátorok, eljárások, módszerek halmaza, amelyek segítségével a cél elérhető a kezdeti állapotból. Ebben az értelemben beszélhetünk többek között a *jól-definiált* `ami-

kor mind a három komponens jól meghatározott' vagy a *rosszul-definiált* problémákról (Reitman, 1965).

1. táblázat. Problémák csoportosítása a kezdeti és a megvalósítandó állapot meghatározottsága alapján

	<i>Jól meghatározott megvalósítandó állapot</i>	<i>Rosszul meghatározott megvalósítandó állapot</i>
<i>Jól meghatározott kezdeti állapot</i>	Algebrai átalakítások, geometriai mozgások stb.	Pl. adott algebra kifejezés egyszerűbb alakra hozása
<i>Rosszul meghatározott kezdeti állapot</i>	A nyomás meghatározása a Föld középpontjában. A Föld leírása, a kezdeti feltételek több módon is megválaszthatók.	Pl. a problémamegoldó képesség fejlesztése

Simon (1973) az úgynevezett *jól strukturált* (well-structured) és *rosszul strukturált* (ill-structured) problémák osztályait adta meg. Az előbbinél a probléma megoldásához szükséges lényeges információkat a probléma megfogalmazása tartalmazza; a helyes megoldás kereséséhez a szabályok világosak, valamint a megoldás ellenőrzésének létezik egyértelmű kritériuma. Simon kiemeli, hogy a „jól strukturált probléma” kifejezés nem definiálható formálisan, s így helyette olyan követelményeket sorol fel, amelyeket egy problémának – legalább részben – ki kell elégítenie, hogy jól strukturáltak számítsanak. A rosszul strukturált problémák a szokásos definíció szerint a nem jól strukturált problémák. Így tartalmazhatnak túl sok vagy nem elég információt. Maga a megoldás, a cél elérése is bizonytalan, homályos lehet, mert a javasolt megoldások ellenőrzésekor nem találunk határozott kritériumokat.

A különböző szintű problémák alábbi összegzése tehát már az *eszközökre* is hivatkozik (Greeno, 1975. lásd Watts, 1991. 9. o.):

1. szint: a megoldó már ismeri a megoldást,
2. szint: a megoldó már ismer szabályokat a megoldás megtalálásához,
3. szint: a megoldó a feladatnál tanulja meg a helyes megoldást,
4. szint: a megoldónak kell megválasztani és értékelni a módszert,
5. szint: a megoldónak a problémát újra kell formálnia vagy új, szokatlan módszert kell kreálnia a megoldáshoz,
6. szint: a megoldónak kell a problémát észlelnie.

Frederickson (1984) a *jól strukturált* (well-structured), a *strukturált* (structured) és a *rosszul strukturált* (ill-structured) problémák kategóriáit különböztette meg. Az egyértelműen megfogalmazott jól strukturált problémák megoldhatók ismert algoritmusok alkalmazásával, s adott kritériumok léteznek a megoldás helyes voltának eldöntésére. (A legtöbb iskolai matematika feladat ilyen: pl. a koordináta-geometriában egy adott pont és egy egyenes távolságának a meghatározása.) A jól strukturált problémákhoz hasonló strukturált problémáknál azonban a megoldás legalább egy részét a megoldónak kell kigondolnia. Ebben az értelemben már produktív gondolkodás is szükséges. Nem egyértelműek a rosszul strukturált problémák.

Erre a felosztásra emlékeztet az alábbi csoportosítás is: *adott* (given) a probléma, amikor a cél és a stratégiák is adottak; az úgynevezett *cél* (goal) problémáknál csak a cél adott; míg a *saját* (own) problémáknál a megoldó határozza meg a célt és a stratégiát is (lásd például Bentley és Watts, 1989).

A következő három problémátípust Greeno (1978) írta le. A *következtetési* problémáknál példák sorozata adott, s fel kell ismerni egy formát vagy szabályt. A második csoportot alkotó *transzformációs* problémáknál a kezdeti állapot adott, s a feladat műveletek azon sorozatának megadása, amely a célállapot elérését biztosítja (pl. Hanoi torony). A probléma részeinek alkalmas rendezésével pedig az úgynevezett *rendezési* problémák oldhatók meg (pl. anagrammák).

Az úgynevezett következtető problémák lehetnek *deduktív* illetve *induktív* következtető problémák. Az előbbinél a problémamegoldónak az adott információ ismeretében logikus eljárásokat kell alkalmaznia a konklúzió levezetéséhez, míg az utóbbi esetben korlátozott adatok alapján kell egy szabályt extrapolálni.

A megismert főbb rendezési elvek alapján problémák különböző területeken az adott sajátságoknak megfelelően osztályozhatók. Más témakörök számára is tanulságos példákat a fizika és a matematika területéről vettük.

A fizika területén Belikov (1989. 8. o.) a problémát a következőképpen definiálta: Egy fizikai probléma fizikai jelenséget jelent, azaz a jelenség – vagy a jelenségek egy csoportjának – verbális modelljét ismert és ismeretlen fizikai mennyiségekkel, ahol az ismeretlen relációk, fizikai mennyiségek stb. meghatározása a fizikai probléma megoldása. Ez az értelmezés lehetőséget teremt a fizikai problémák osztályozásának tartalmuk – milyen fizikai jelenséget fogalmaz meg a probléma –, valamint a megoldásuk során alkalmazható eljárások, módszerek eltérésének alapján.

A módszereket tekintve Belikov megkülönbözteti a *kísérleti* (mérést igénylő) és az *elméleti* (mérést nem igénylő) problémákat; tartalmuk szerint pedig például a *klasszikus* és a *kvantumfizikai* problémákat. Különbséget tesz az úgynevezett *részletezett* (specified vagy formulated) és a *nem részletezett* (nonspecified) problémák között. A nem részletezett probléma nem tartalmaz minden, a megoldáshoz szükséges adatot – esetleges táblázatok adatainak kivételével –, vagy hiányozhatnak az egyszerűsítő feltevések. A részletezett fizikai problémában a fizikai mennyiségek és értékeik adottak, s már az úgynevezett ideális körülmények is megfogalmazódtak. Ez utóbbi csoport tovább bontható az *elemi*, a *standard* és a *nem standard* problémák kategóriáira. Ez a felosztás már a *megoldás módjait tükrözi*. Az elemi problémák megoldásához egy fizikai törvény is elégséges.

Ezek tulajdonképpen az úgynevezett gyakorló feladatok, ahol a megfelelő törvény felírása után csak a behelyettesítés és a számolások elvégzése van hátra.

Itt érdemes megemlíteni, hogy az alaklélektani felfogás egyik első képviselője, *Wertheimer* (1945) a „vak megoldást” – amikor a tanuló egy formulát alkalmaz – nem tekinti egyenlőnek az értelmes megoldással, amikor a megoldó érti is, hogy mit csinál. A vak megoldás gyakran a helyzet struktúrájának nem megfelelő formula alkalmazását jelenti, s az eljárás „helyes” lépései eredménytelenek (lásd *Hilgard*, 1948/74. 356. o.). *Wertheimer* a strukturális megközelítést helyezi előtérbe, amikor a megoldás a szituáció valódi struktúrájának megfelelően, rendezett módon történik. A problémaszituáció strukturális és funkcionális összefüggéseiben azonban nem a reális valóság különböző relációit érti, hanem az alaklélektani alapfogalmakat. Ezért a gondolkodási tevékenység lényegi törvényszerűségeit *Wertheimer* nem tudja megragadni, noha a matematikai gondolkodásra vonatkozólag több értékes megállapítást tesz (*Lénárd*, 1984. 69. o.).

Hilgard (1948) megjegyzi, hogy még a próba-szerencse megoldást hangsúlyozók is a megközelítés és a korrekció fogalmaival, vagy más módon sejtetik, hogy a „próba” rendszerint egy valószínű hipotézisen alapul. Ha hipotézisváltozatok is léteznek, akkor a megfelelő kiválasztásához lehet, hogy többet is ki kell próbálni. Természetesen esetleges viselkedés és véletlen is hozzájárulhat a megoldáshoz. *Hilgard* szerint azonban a belátásos megoldás könnyen megismételhető, továbbá az egyszer elért belátás felhasználható új helyzetben.

Az utóbbi feltétel lényeges, mert belátás nélkül is megismételhető a már egyszer elért megoldás. Gondolkodásról akkor beszélhetünk, amikor a közvetlenül adott helyzetben a keresések túllépnek, s az egyén igénybe veszi emlékezetét és a már előzően kidolgozott fogalmak segítségét is (*Pietrasinski*, 1967. 97. o.). A memória és a problémamegoldás kapcsolatára később visszatérünk.

Visszakanyarodva *Belikov* problémafelosztására, a feladatgyűjteményekben gyakori, *standard problémák* megoldásához már nem elég a helyénvaló törvény ismerete, hanem szükséges a probléma fizikai tartalmának *standard* módszerrel történő analízise is. Például egy lejtőn mozgó összekapcsolt testek mozgásának leírásakor nem elegendő az $F=ma$ törvény ismerete; azt alkalmazni is tudni kell. A *nem standard problémáknál* a hagyományos módszerek önmagukban nem vezetnek célba, mert az egyenletrendszer nem zárt; további feltevések, *találgatások* kellenek.

Pólya György azt vallja, hogy a „találgatás megtanulására” az egyik legjobb gyakorlóterep a matematika. Matematikainak nevezhetünk egy problémát, ha a megoldás keresésekor matematikai fogalmakat, elveket használunk fel. *Pólya* (1979) a problémák azon osztályozását tartja helyesnek, ahol a probléma típusa már a megoldás típusára is utal. A teljesség igénye nélkül megemlíti a „*meghatározó problémát*”, ahol a cél valaminek, a probléma ismeretlenjének a meghatározása, és a „*bizonyító problémát*”, amikor egy állítás bizonyítása vagy megcáfolása a cél. Ha a megoldó már rendelkezik a megoldáshoz kívánatos algoritmussal, stratégiával, azaz bizonyos fokú önállóság, ítélőképesség, eredetiség és alkotóképesség nélkül is megoldható a feladat (pl. a szorzás felső tagozaton). *Pólya* ekkor használja a „*rutinprobléma*” kifejezést is.

Borasi (1986) a probléma fogalmának megvilágítása érdekében különböző matematikai példák strukturális analízise alapján a következő *szerkezeti elemeket* különböztette meg:

- 1) *A probléma megfogalmazása*: a végrehajtandó feladat explicit definíciója.
- 2) *A probléma kontextusa*: az a szituáció, amelybe a probléma bele van ágyazva.
- 3) Az adott problémára elfogadhatónak tekinthető *megoldás(ok) halmaza*.
- 4) A problémamegoldásban alkalmazható *módszerek, stratégiák vagy tevékenységek*.

Ide tartoznak:

- (a) a szükséges információk gyűjtésének módjai,
- (b) a problémafelvető stratégiák a problémák megfelelő megfogalmazásához, újrafogalmazásához,
- (c) a heurisztika, amely a probléma alkalmas megfogalmazása valamint kontextusának megállapítása után segíthet a megoldás elérésében.

Borasi megállapítja, hogy a legtöbb szerzőnél az utolsó, negyedik kategória került előtérbe, amikor a problémákat megkísérelték csoportosítani. Példaként *Pólyát* (1981) említi, aki oktatási szempontból a következőképpen osztályozta a matematikai problémákat:

- 1) *Kézenfekvő szabály*: a probléma megoldható egy éppen bemutatott algoritmus egyszerű alkalmazásával.
- 2) *Alkalmazás választással*: korábban tanulmányozott algoritmusok közül kell a megfelelőt kiválasztani a megoldáshoz.
- 3) *Kombináció választása*: előzetesen megtanult algoritmusok alkalmas kombinációja szükséges.
- 4) *Kutatás megközelítése*: új algoritmusok kidolgozása vezet célhoz.

Borasi megadta az oktatási vonatkozású problémák típusainak egy lehetséges osztályozását is a felvázolt kategóriákhoz rendelhető tulajdonságok alapján: gyakorlat, szöveges feladat, *puzzle* feladat, sejtés bizonyítása, valós (real-life) probléma, problémás szituáció s végül szituáció (2. táblázat). A szerző megjegyzi, hogy összeállítása kiegészíthető újabb kombinációk megkonstruálásával nyert problémákkal, például amikor a kontextus teljes mértékben adott a szövegben, de a megfogalmazás bizonytalan illetőleg implicit, vagy a még változatosabb megoldáshalmazú *puzzle* és szöveges feladatokkal.

A felsorolt példák és természetesen maga a probléma fogalma fokozott figyelmet érdemelnek, mert *jelenleg az iskolai gyakorlatban szinte kizárólagosan leegyszerűsített feladatok fordulnak elő, amelyek pontosan megfogalmazottak, s minden szükséges adatot tartalmaznak*. A következőkben néhány lehetőséget vázolunk.

2. táblázat. Problématípusok és jellemzőik (Borasi, 1986. 134. o.)

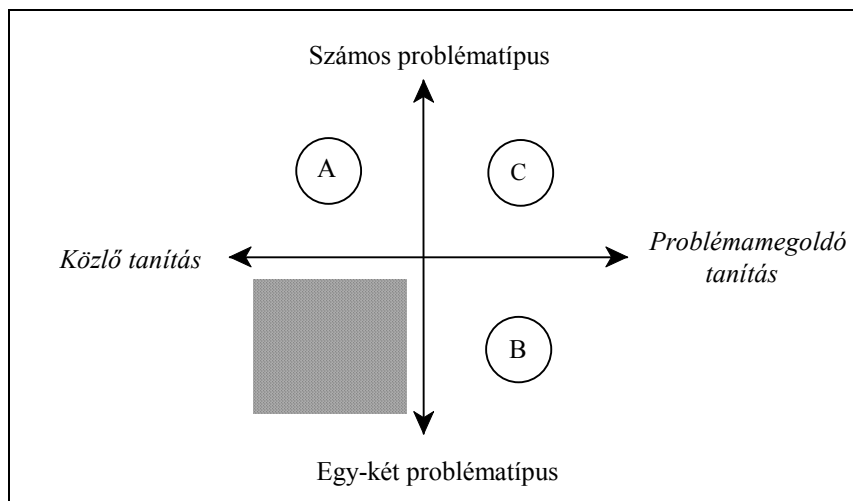
<i>Elnevezések</i>	<i>Kontextus</i>	<i>Megfogalmazás</i>	<i>Megoldások</i>	<i>Módszerek</i>
<i>Gyakorlat</i>	Nem létező (inexistent)	Egyértelmű és explicit	Főként egyértelmű és egzakt	Ismert algoritmusok kombinációja
<i>Szöveges feladat</i>	A szövegben minden explicit	Egyértelmű és explicit	Főként egyértelmű és egzakt	Ismert algoritmusok kombinációja
<i>Puzzle feladat</i>	A szövegben minden explicit	Egyértelmű és explicit	Főként egyértelmű és egzakt	Egy új algoritmus kidolgozása, belátás, újrafogalmazás
<i>Sejtés bizonyítása</i>	A szövegben csak részben, az elmélet ismerete feltételezett	Egyértelmű és explicit	Általában egyértelmű, de nem szükségképpen	A kontextus feltárása, újrafogalmazás, új algoritmusok kidolgozása
<i>Valós probléma</i>	A szövegben csak részben	Részben adott, számos alternatíva lehetséges	Sok lehetséges, csak approximatív megoldások	A kontextus feltárása, újrafogalmazás, modellalkotás
<i>Problémás szituáció</i>	A szövegben csak részben, problematikus	Számos implicit sugalmazott, egy explicit előfordulhat	Sok lehetséges	A kontextus feltárása, újrafogalmazás, probléma felvetés
<i>Szituáció</i>	A szövegben csak részben, nem problematikus	Nem létező (inexistent), még implicit sem	Egy probléma megalkotása	Problémafelvetés

A problémák és a tanítási-tanulási folyamat

Noha az előzőkből kitűnik, hogy nincsen tanítás, tanulás problémák nélkül, törekednünk kell a problémák hatékonyabb felhasználására a tanítási-tanulási folyamatban. Ennek áttekinthetőségét segítheti, ha első közelítésben két dimenzió mentén elemezzük a kérdést (lásd például *Watts*, 1991).

A probléma fogalmának körbejárása és a problémafelosztások megismerése után az egyik dimenzió a *problémák minősége*, a problémák változatossága lehet: az egy-két problémátípustól a problémák egyre gazdagabb választéka felé haladva. (A minőségi oldalhoz tartozik természetesen az is, hogy valóban problémákkal állunk szemben, ahogyan azt már kifejtettük.)

A másik dimenzió mentén a *valódi problémák mennyisége* (és így a problémamegoldó tevékenység aránya a tanítási-tanulási folyamatban) jelölhető ki. Az egyik pólus meghatározásához nevezzük *tananyagcentrikusnak* azt a megközelítésmódot, amikor a tananyag leadása, azaz főként a tartalom az elsődleges. Ez *közlő tanításnak* is nevezhető. Problémák ekkor is felvetődhetnek, de tantárgyspecifikusan, tartalomhoz kötötten, s egyúttal relatíve kis számban. Ebben a felfogásban a problémamegoldás nyilvánvalóan alárendelt szerepet játszik. A másik pólust jelentheti az a *problémacentrikus* megközelítésmód, amelynél az általános problémamegoldó képesség fejlesztése is hangsúlyozott. Az ügyesen megválogatott problémák megoldásával szerezhetőek meg a szükségesnek vélt ismeretek, jártasságok, készségek és szokások. Ez *problémamegoldó tanításnak* is mondható. Ebben az esetben a tananyag problémákból építkező struktúra, azaz a problémamegoldásra alapozott. A két pólus között itt is lehetséges átmenet.



1. ábra

A problémák minőségi és mennyiségi előfordulhatósága a tanítási-tanulási folyamatban (Watts, 1991. 21. o. nyomán)

A két szempontot, azok egymásra vonatkoztatását, rendezését mutatja be az 1. ábra (Watts, 1991. nyomán). A besatírozott tartomány az általános pedagógiai gyakorlatot reprezentálja, míg a C-vel jelölt egy idealista, de megcélozható irányt. Ebben a törekvésben közbülső helyzeteket jelenthet az 'A' és a 'B' negyed.

Iskoláinkban a *frontális munka* a jellemző. Bár a tanár inkább magyaráz, alkalomadtán számos kérdés is elhangzik. *A problémamegoldó stílusra váltás kulcsa a válaszok értékelésének elhagyásában rejlik* (Bissenden, 1980). A tanár ugyanis hajlamos csak azokra a válaszokra odafigyelni, amelyek az általa elképzelt ideálisra hasonlítanak. Az értékelő tevékenység csökkentésével azonban *az ideális válasz képe elhalványul*, s más válaszok is vizsgálat tárgyává válhatnak.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy ez nem azonos a megerősítések mellőzésével. Helyette arról van szó, hogy a tanár a közös munka során igyekszik semleges maradni, mert a vitában résztvevők véleménye az elsődleges. Ugyanakkor a tanári tevékenység nem lesz kevésbé aktív, csak a procedurális jellege nő meg az információtovábbításhoz képest. A tanár főképp a megfelelően megválasztott problémahelyzetre támaszkodva ösztönzi a tanulók önálló ítéleteit. Ez akkor teljesül, ha: (a) a *tanulók* képesek vizsgálatok végzésére, (b) a *tanár* döntési helyzetekben képes a tanári semlegesség feladásával nem járó döntések meghozására.

Az első kritérium egyik jelentősége abban van, hogy a probléma a kezdeti kíváncsiság felkeltésén túl a megoldási folyamatot fenn is tudja tartani. Így maga a probléma számos automatikus megerősítést nyújthat. Vannak, akik ezt úgy értelmezik, hogy a motiváció bent van a tanulóban. Annak az oka viszont, hogy egy tanuló szeret tanulni, valószínűleg az lehet, hogy már vannak előismeretei, és bír korábbi tapasztalatokkal az ismeretszerzés megerősítéseiről. Tehát a megerősítőknél az anyagban kell lenniük (Sloane és Jackson, 1974). A probléma megfelelő minőségével, és az ebből következő hatékony és eredményes munkával kell motiválni a tanulókat, nem pedig csupán az egyes tanítási órákon esetlegesen és izoláltan beiktatott motiváló mozzanatokkal (Réthyne, 1988).

Még visszatérünk az előismeretek szerepére a problémamegoldásban. Elég most annyit megjegyezni, hogy rövid távon a belső megerősítésű motiváció a tanuló pillanatnyi tudásszintjétől függhet. Hosszú távon viszont a megerősítésnek a személy tényleges élet-helyzetében kell lennie. Ez a tény rámutat az előkompenzáció fontosságára.

Az effektív problémahelyzet második kritériuma azért lényeges, mert a tanórákon nagyon könnyen eluralkodhat a (1) *tanári kérdés*, (2) *tanulói válasz*, (3) *tanári értékelés* három fázisú forma. A harmadik fázis elhagyása természetesen a tanulóknál zavart okozhat, hiszen még meg kell tanulniuk saját elgondolásaik megítélésének a felelősségét, s ez hosszú folyamat. Még a legegyszerűbb kérdések megválaszolása is némi stresszel járhat ekkor (Bissenden, 1980). Ezt pontosan a megfelelő minőségű problémák oldhatják fel, amelyek segítik a tanulókat saját válaszaik értékelésében. Az effektív problémahelyzetek biztosíthatják, hogy a tanulók megfelelő, optimálisan fejlesztő feladatokat kapjanak. Ezzel elérhető lehet számukra erőfeszítéseik végén a megerősítés, ami az önbizalmukat növelve újabb, nehezebb problémák megoldására bátoríthatja őket.

A megismert gyakorlati követelmények is nyomatékosítják a probléma fogalma és típusai alaposabb megismerésének szükségességét. De a problémamegoldó tanítást nem lehet csak a probléma oldaláról megközelíteni. A következőkben a problémamegoldás

néhány fontosabb pszichológiai sajátosságát tekintjük át, hogy a törvényszerűségek ismeretében tudatosabbá váljon a pedagógiai munka ezen a területen is.

A probléma és a gondolkodás

A problémamegoldó tevékenység

Problémamegoldó tevékenységnek nevezhetők azok a tevékenységek, amelyek egy probléma megoldására irányulnak. Ez a megfogalmazás impliciten tartalmazza azt, hogy a *problémamegoldás*: (a) *folyamat*, (b) *irányított* abban az értelemben, hogy egy adott szituációból egy másik szituációra irányul, (c) *egyéni*, mert meghatározó a problémamegoldó tudása. A gondolkodás pszichológiai elméletének rövid történeti áttekintését *Dellarosa* (1988–1994) tanulmányából ismerhetjük meg.

A problémamegoldó gondolkodás kutatására vonatkozóan *Lénárd* (1984. 47. o.) kijelentette: „Teljes képet csak az ember és a környezete együttes figyelembevétele, más szóval a felsőbb idegműködés, az élmények, a viselkedés és a teljesítmény együttes tanulmányozása alapján kaphatunk.” A problémamegoldás terminus általánosságban a következő tényezők interakcióját írja le: (a) a probléma vagy feladat, (b) a problémamegoldó vagy alany, (c) szituációs körülmények vagy a környezet, ahol a probléma felvetődik, (d) folyamatok, tevékenységek a problémával való találkozástól a megoldásig, (e) a problémamegoldó tevékenység produktuma, a megoldás (*Rowe*, 1985. 150. o.).

Már egyszerű ténykérdések is problematikusak lehetnek (*Lénárd*, 1982). Ekkor *gondolkodással* eljuthatunk a kérdéses elemhez, ha az információk elemeinek kapcsolat rendszere sűrű – Egyes szerzők (pl. *Mayer*, 1979) a problémamegoldást és a gondolkodást szinonim fogalomnak tekintik, vagy mint *Baron* (1988), úgy vélik, hogy bármilyen gondolkodási feladat problémamegoldásnak tekinthető. – Ha azonban egy elemnek a kapcsolatai megszűnnek, vagy egy adott küszöbérték alá gyengülnek, az adott információ felidézhetetlenné válik. Ilyenkor, valamint a véletlenszerű, összefüggéstelen tények esetében lexikont használhatunk, csak azt kell tudnunk mit, hol találhatunk meg. Erre vonatkozólag *Hiebsch* (1957) úgy gondolja, hogy az már némi produktivitásra utal, ha valaki tudja, hogy milyen módszert alkalmazzon egy ilyen feladat megoldásához, s azt helyesen is képes használni. *Szent-Györgyi* a következőképpen fogalmaz: „A könyvek azért vannak, hogy megtartsák magukban a tudást, mialatt mi a fejünket valami jobbra használjuk.” (1964/73. 39. o.)

Am elegendő-e csak a magasabbrendű intellektuális képességek fejlesztése, amikor a gyakorlat kétségtelenül igényli a meg nem érthető ismereteket is? A kognitív pszichológia eredményei alapján nem pártolható az elsajátítandó ismeretek mennyiségét radikálisan csökkenteni akaró nézet, sőt ártalmas a negatív attitűdök kialakítása mindenféle memorizálással szemben (*Csapó*, 1992). A tanulásról és memóriáról részletesebben olvashatunk *Hall* könyvében (1982/89).

A problémamegoldó tevékenységnek feltétele, hogy használható ismereteket, tapasztalatokat, továbbá gondolkodási és cselekvési sémákat birtokoljunk. A helyes választ nem lehet csak úgy „kitalálni”. A probléma azért probléma, mert az éppen rendelkezésre

álló ismeret nem elegendő a problémahelyzet megoldásához. Olykor a megoldást találmokra végrehajtott próbálkozások során is megtalálhatjuk, de ekkor a gondolkodás igénybevételéről nem beszélhetünk.

Az alaptalanul túlzásba vitt memorizálás azonban kifogásolható, vagyis az a tanítás-tanulás, amikor szinte kizárólagosan a már meglévő ismétlése, utánzása a fő jellemző, s a jobb tanulók többsége is főként az ismeretanyag *mechanikus* alkalmazására van szoktatva; amikor a tanulás nem skémák szerinti tanulás ott, ahol ez lehetséges, sőt szükséges volna, hanem csupán emlékezetet terhelő és nem adaptálható memorizálás. Ekkor az adott ismeretek csak konkrét esetekben, szűk körben funkcionálnak, s a csak felszínesen különböző problémák is már leküzdhetetlen akadályt jelenthetnek. A felmerülő nehézség megoldására pedig tovább fokozódhat a „magolás” (Skemp, 1971/78).

De milyen tényezők segítik, illetve gátolják ennek a tanítási-tanulási formának a kialakulását? Egyebek között a vizsgák, a pedagógusok elvárásai befolyásolják a felkészítést és a felkészülést. Erre Schoenfeld (1985) konkrét példát is említ, amelyben a geometriai szerkesztések memorizálása és begyakorlása hangsúlyozódik, miközben az indoklások eltűnnek. Megjegyzendő azonban, hogy bár elterjedt nézet, hogy az egyszerű példákkal illusztrálva bemutatott algoritmusok könnyen feleleveníthetők, a tanulók sok esetben mégsem emlékeznek rájuk, vagy némelykor soha nem tanított, helytelen formában idézik fel őket (Hart, 1981). Pehkonen (1987) szerint a problémamegoldó módszerek (heurisztikus stratégiák) tanítása pedig újabb megtanulandó szabályhalmazt eredményezhet, ezért a tanulóknak lehetőséget kellene adni, hogy maguk találják és formálják meg saját megoldási módszereiket. Az általános problémamegoldó stratégiák tanításával kapcsolatos kérdések vita tárgyát képezhetik (Owen és Sweller, 1989; Lawson, 1990; Sweller, 1990). Mindenesetre meg kell ismernünk a tanulók „módszereit”, és ezekre kell építenünk.

A problémamegoldás folyamata

A problémamegoldás folyamatának tipikus szakaszait, illetve jellegzetes tevékenységeit többen is megkísérelték leírni (például Anderson, 1975; De Groot, 1956; Dewey, 1910; Hutchinson, 1949; Johnson, 1972; Lénárd, 1978/84; Newell, Show és Simon, 1962; Newell és Simon, 1972; Osborne, 1963; Pólya, 1957; Rossman, 1931; Rowe, 1985; Skemp, 1971/75; Sternberg, 1980; Vinacke, 1952; Wallas, 1926; Young, 1940).

Gyakran hivatkoznak Wallas és Pólya elgondolására, akik másokkal együtt a gondolkodási folyamat egyes szakaszait csupán megfigyelések generalizálása alapján adták meg. Lénárd (1984) véleménye szerint az ilyen jellegű általánosításoknak az a fő hibája, hogy nem az egyéni gondolkodásmenetek egzakt kísérleti vizsgálatán alapulnak.

Wallas (1926) az alábbi stádiumokat adta meg:

- 1) *Előkészítés* (preparáció): a megoldó releváns információkat gyűjt.
- 2) *Lappangás* (inkubáció): a tevékenység tudatos erőfeszítés nélkül folytatódik a problémán.
- 3) *Megvilágosodás* (illumináció): a megoldás sikeres inkubáció után hirtelen „belátásként” hat. („Aha” élmény)
- 4) *Igazolás* (verifikáció): a megoldás ellenőrzése.

Pólya (1957) négylépéses felosztásával – (1) a feladat megértése, (2) tervekészítés, (3) a terv végrehajtása, (4) a megoldás vizsgálat – kapcsolatban Lénárd (1984. 259. o.) kísérletei alapján kijelentette: „Igen súlyos hiba, ha az elgondolás és a végrehajtás a feladatok, a problémák megoldásában egymástól elválasztva külön szerepelnek.” A megoldás vizsgálatáról pedig azt tartja, hogy az a megoldó tevékenységnek nem befejező szakasza, hanem valamennyi gondolkodási lépés kísérője lehet. Ezt hangsúlyozza Wallas (1926) nézetével kapcsolatosan is, továbbá megállapítja az „...első három szakasz a gondolkodási folyamatnak csupán idealista megközelítése, és nem a reális, konkrét felmérése.” (Lénárd, 1984. 190. o.) Erre vonatkozólag Horváth (1984. 308. o.) megjegyzi, hogy a tudattalan folyamatok létezése és az alkotásban játszott szerepe nem tekinthető hipotézisnek; a tudattalan szerepéről kísérleti bizonyítékok is szólnak. Johnson (1972. 146. o.) pedig úgy vélekedik, hogy a problémamegoldó folyamatok – hasonlóan más pszichológiai folyamatokhoz – funkcionálisan összefüggnek abban, hogy az egyik befejezése elindítja a következőt, azonban az első nem mindig szűnik meg, amikor a második megkezdődik.

Rowe (1985) szerint az irodalomban bemutatott legtöbb szakasz, fázis, és heurisztika korlátozottan volt hasznavehető a vizsgálati személyek problémamegoldó tevékenységének jellemzési kísérletében. Az úgynevezett *hangos gondolkodás* (thinking aloud) módszerét alkalmazó megfigyelései alapján végül Rowe 18 problémamegoldó viselkedést, cselekvést különböztetett meg, amelyek nem feltétlenül sorban következnek.

A kognitív kutatásokban e vizsgálati módszer alkalmazása mellett érvelt Ericsson és Simon (1980) széleskörű irodalmi áttekintés alapján, s később az élénk visszhang okán a szerzők a témáról könyvet is írtak (1984). Ezzel módszerrel végzett vizsgálatokat Lénárd is (1978/84), amelyről Horváth így ír: „Lénárd eljárása csak következménye annak a hibás módszertani kiindulásnak, amely a 'hangos gondolkodást' a gondolkodási folyamat, a fennhangon elmondott megjegyzéseket valamiféle gondolkodási 'fázisokkal' azonosítja.” (1984. 264. o.) Nem várható, hogy a problémamegoldási folyamatban lezajló minden kognitív folyamatot leírjanak a „thinking aloud” protokollok. De az is valószínűtlen, hogy az ilyen jegyzőkönyvek elemzésével nem kaphatunk valami új betekintést a kérdéses folyamatokba (Rowe, 1985).

Érdeemes megjegyezni, hogy Ericsson és Simon (1984) adott módszereknél feltevésként megemlítik, hogy a problémamegoldás az úgynevezett *problématérben* történő keresés (1984. 263. o.). A problématér fogalma már korábban is megjelent (Newell és Simon 1972, 810–811. o.). A keresés gráffal reprezentálható (lásd még Alderman, 1978).

A legtöbb modell tehát úgynevezett *lineáris modell*, amely egymást követő *szakaszok* sorából áll, de nem ragadják meg a problémamegoldó tevékenység dinamikus és ciklikus vizsgálódó jellegét. Előrelépést jelentett, amikor Schoenfeld (1985) kiemelte, hogy a problémamegoldó tevékenységben a *vezérlő, szabályozó* (control) folyamatok központi szerepet játszanak. Ezek magukban foglalják a célok és alcélok megválasztását, a tervek készítését, a fejlődő megoldások értékelését és követését (monitoring), s amikor szükséges, a megoldások módosítását, illetve elhagyását. A szerző megemlíti, hogy a pszichológiai irodalomban a *metakogníció* terminus a konvencionális kifejezés a rokon jelenségek leírására. Később külön írásban is foglalkozik a metakogníció fogalmával, és bemutat néhány olyan módszert, amelyek segíthetik a tanulók metakognitív képességeinek fej-

lesztését (Schoenfeld, 1987). Tehát tanítási feladatként is megfogalmazható, hogy a tanulókat szükséges volna önnön gondolkodási tevékenységük analizálására is megtanítani, mert új gondolkodási módok elsajátításához tudatában kell lenniük jellemző gondolkodásmódjuknak (Leino, 1987).

Graeber (1994) felhívja a figyelmet Wilson, Fernandez és Hadaway 1993-ban alkotott modelljére, s előtérbe helyezi az önmegfigyeléshez, önszabályozáshoz (self-regulating), önértékeléshez kötődő úgynevezett *vezetési folyamatokat* (managerial processes) (2. ábra). Megjegyzi azonban, hogy a vezetési folyamatokra Pólya is utal heurisztikus javaslataival. (Lásd például A gondolkodás fegyverezése című fejezetet: Pólya, 1970. 89–99. o.) A 2. ábra hangsúlyozza, hogy a folyamat nem szükségképpen lineáris.

Érdeemes még megemlíteni, hogy egy problémafelvető (problem posing) stratégiát írt le Brown és Walter (1990), valamint rámutattak a problémafelvetés szerepére a problémamegoldó tevékenységben. Két nyomós érvük:

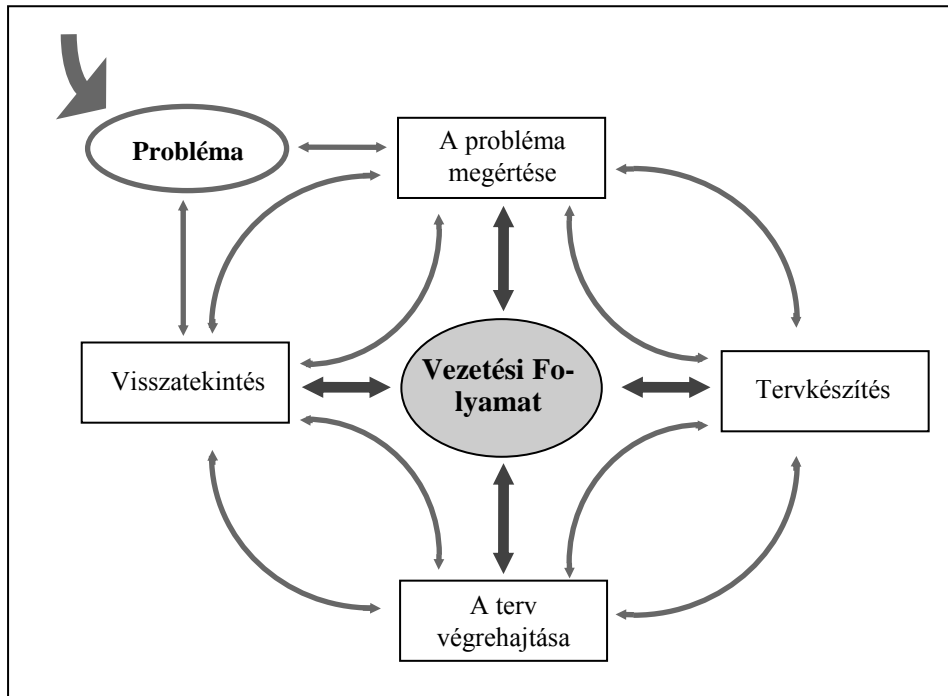
A problémamegoldás folyamatában szinte elkerülhetetlen az adott probléma „újrafelépítése” új problémák felvetésével. Hasonló gondolatot Pólya (1970. 51. o.) is megfogalmazott: „Az intelligens eljárást az jellemzi, hogy még a látszólag megközelíthetetlen célhoz is utat nyit: megfelelő segédproblémát talál ki, és először ezt dolgozza ki.”

Gyakran előfordul, hogy egy probléma megoldása után további lehetőségek merülnek fel az adott probléma általánosítására, módosítására problémafelvető stratégiákkal. Ezeknek az újabb problémáknak a megoldásával pedig – további eredmények nyérése mellett – az eredeti problémát és a megoldását is mélyebben megérthetjük.

A megismert gondolatok jegyében tanulságos lehet a stratégia megismerése is, amelynek az alapötlete Barown és Walter Mi van, ha nem? (What If Not) nevet adták. Az eljárás lényege a következőképpen foglalható össze: (a) 0. szint: kiindulási pont megválasztása; (b) 1. szint: az attribútumok felsorolása; (c) 2. szint: *Mi van, ha nem?*; (d) 3. szint: kérdés vagy problémafelvetés; (e) 4. szint: a probléma analízise.

A kezdéshez kiindulási pont (konkrét dolog, tétel stb.) szükséges. A következő lépésben (1. szint) néhány jellemző dolgot, tulajdonságot ragadunk meg, majd feltesszük a kérdést: Mi volna, ha az egyes felsorolt tulajdonságok nem ilyenek volnának? (2. szint). Az egyes tulajdonságokhoz alternatív lehetőségek keresésével vizsgálódásainknak új irányokat szabhatunk (3. szint). Végül a módosított feltételekkel adódott problémákra keresünk megoldást (4. szint). Bár a stratégia a fentiek alapján lineárisnak tűnik, lehet ciklikus: egy új kérdés egy új attribútumot generálhat, amely pedig újabb kérdéshez vezethet.

Az említettek kiválóan kapcsolhatók az úgynevezett *körbejárhatóság alapelvéhez*, amely szerint az általános képzés végeredményeként az a kívánatos, hogy a tanulók ne egy vagy néhány esetlegesen adódó szempont szerint, hanem *sokoldalúan ismerjék meg a dolgokat*: a dolog bármely sajátága szemponttá válhat, ha azt változóként kezeljük (Nagy, 1985).



2. ábra

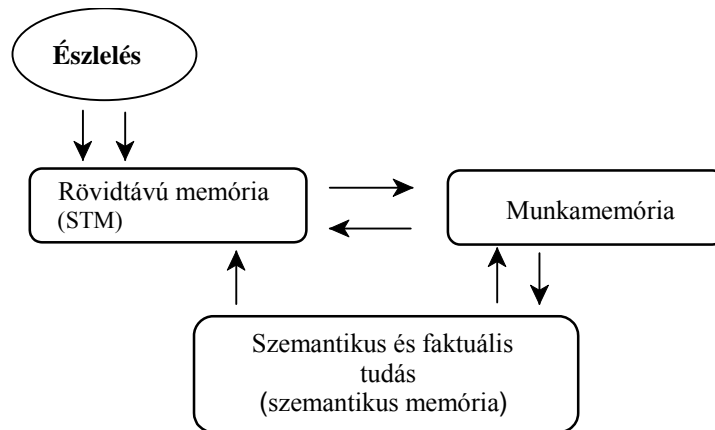
Wilson és munkatársainak problémamegoldó modellje (idézi Graeber, 1994)

Korábban is utaltunk rá, hogy a probléma felvetődése és megoldása kapcsolódik az emlékezet működéséhez. A következőkben ezt a relációt részletesebben tanulmányozzuk.

Problémamegoldás és emlékezet

A memória és a problémamegoldás kapcsolatát hangsúlyozza modelljében *Greeno* (1974) (3. ábra). Az információ az úgynevezett *rövid távú memóriába* (*short-term memory*, STM) lép, amely nagyon korlátozott kapacitású. A fogalmak és relációik permanens információtára a *szemantikus és a tényeket tartalmazó tudás* (*semantic and factual knowledge*) rendszerében található, amely ekvivalensnek tekinthető az úgynevezett hosszú távú memóriával (*long-term memory*, LTM). A harmadik összetevő a közepes mennyiségű információt tartalmazó úgynevezett *munkamemória* (*working memory*). A szerző megemlíti, hogy ez *Feigenbaum* (1970) és *Reitman* (1970) elnevezése. *Greeno* a „közbeeső memória” (*intermediate memory*) kifejezést használja. Ez a komponens tehát nagyobb kapacitású és hosszabb (néhány óra is lehet) megőrzésű, mint az STM, de nem része szükségképpen a szemantikus memóriának. A problémamegoldás folyamatá-

ban először felépül a munkamemóriában a problémát reprezentáló *kognitív hálózat*, majd kialakulnak a *probléma-hálózatot* a *megoldás-hálózathoz* kapcsoló relációk. A munkamemóriában levő struktúrát a szemantikus memóriából származó információ módosítja.



3. ábra

Greeno problémamegoldó modellje (1974)

A rövid távú memória és a tartós memória disztingválása azonban elfogadottabb. Sőt a rövid távú memóriát gyakran munkamemóriának is hívják, hiszen az információkkal akkor dolgozhatunk, ha azok a rövid távú memóriában vannak (Csapó, 1992). Ezekhez harmadikként még hozzávehető az úgynevezett *szenzoros tároló* (Silver, 1987). Egyéb memória-modellekről is olvashatunk (Hall, 1982–1989; Solso, 1988).

Az úgynevezett *problémamegoldó memória* kifejezés egy korábbi problémamegoldó tevékenység különböző jellemzőit magában foglaló epizodikus emlékre vonatkozik. Ide tartozhatnak például a megoldás lépései, a felhasznált műveletek, az elkövetett hibák stb. A problémamegoldó memóriára vonatkozóan végzett vizsgálatokat többek között Egan és Greeno (1974), valamint Ruiz (1987) a Hanoi torony feladattal; matematikai szöveges feladatokkal pedig Silver (1981). Lovett és Anderson (1994) geometriai problémákkal végzett kísérleteinek eredményei is mutatják, hogy a problémamegoldó memória struktúrája és minősége befolyással van a problémamegoldó transzferre.

Larkin, McDermot, Simon és Simon (1980) rámutattak, hogy kinematikai problémák megoldása során a *jártasabbak* problémátípus skémát használva haladtak az ismert mennyiségektől az ismeretlenekig. A szemantikusan gazdag problémákkal foglalkozó *szakértő* (expert) és *kezdő* (novice) gondolkodása közti különbségeket vizsgáló kutatásokat összegezte Gilhooly (1988). A szerző ismert két jelentősebb képességsajátítás elméletet is (Anderson, 1983; Holland, Holyoak, Nisbet és Thagard, 1986). További áttekintések is olvashatók (Greeno és Simon, 1988; VanLehn, 1989). Egy újabb tanulmányban a szakértők gondolkodását tárgyalja „szokatlan” problémák esetén Schraagen (1993).

Egy probléma megértése a problémaszituáció és célállapot mentális reprezentációját eredményezi. A problémahelyzet reprezentációja első megközelítésben felfogható mint a munkamemóriában levő, ismert dolgokra vonatkozó proposíciók halmaza. A cél leírása pedig az úgynevezett tervmemóriában (plan memory) található. A problémamegoldó kompetenciáját ismert tevékenységekhez kapcsolódó tudásstruktúrák, az *operátorok* alkotják. Az operátor előhívása a memóriából szükséges feltétele az alkalmazásának. A felidézés során a munkamemóriában vagy a tervmemóriában levő aktív tudásstruktúrákból memóriáláncok vezetnek más tudásstruktúrákhoz. Ha egy tudásstruktúra nem eléggé aktivált, akkor nem hívódik elő.

Az előbbieket alapján *Ohlsson* (1992) megkísérelte leírni a belátással kapcsolatos jelenségeket (3. táblázat). A szerző rámutat arra, hogy a belátás (insight) hagyományos definíciója inkoherens, mert egybemosódik benne a holtpontról történő áttörés és a megoldás látása. Holtpontról akkor beszélünk, amikor a probléma és az előzetesen megtanult kódoló szabályok olyan mentális reprezentációt eredményeznek, amely nem a szükséges memóriastruktúrákat aktiválja. Így a megoldó elakad, noha képes lehet a megoldásra. Lényeges, hogy holtpont nélkül nincs belátás, csak lassú progresszió. Ha pedig a megoldó nem kompetens, akkor már terminális holtpontról, kudarcról beszélhetünk, azaz a belátás kizárt.

Mindenesetre a megoldást a tudásanyagban nem lehetséges egyszerűen a szükséges formában megtalálni, hiszen a problémamegoldás folyamatában legalább a megoldó számára valami új jön létre. Meghatározó a problémahelyzet „átstrukturálása” úgy, hogy abból a megoldást le lehessen olvasni. Az alaklélektan képviselői ennek jelentőségét kiemelve az átstrukturálási képességet a gondolkodás figyelemre méltó vonásának tartják. Egyebek között a következő átformálások lehetségesek (*Ohlsson*, 1992):

Újrakódolás (re-encoding), amelynek során az interpretáció egy vagy több rétegének elhagyásával kevésbé fejlett réteghez jutva, újrakezdéssel egy, az eredetitől különböző interpretációt alkotunk.

Kidolgozás (elaboration) például a hosszú távú memóriából felidézett információ hozzáadásával, vagy további elemek, sajátosságok megfigyelésével.

Feltételezések, implicit kényszerének lazítása (constraint relaxation), amely az előző kettőtől eltérően inkább a célállapotról vonatkozik.

Az új reprezentáció az aktivizációs folyamat megváltoztatásával a hosszú távú memóriában megnövelheti a kívánatos operátorok felidézésének a valószínűségét. A holtpontról való elmozdulás következménye attól függ, hogy a kitöréskor meglévő állapot milyen messze van a célállapottól. Például ha a megoldás hátralevő része elég egyszerű a mentális átlátáshoz, akkor a megoldó ezt úgy éli meg, hogy a teljes megoldás hirtelen tűnt fel a tudatában. Ez a *teljes belátás*.

Az elmélet alapján a problémamegoldó nem passzív még akkor sem, amikor a heurisztikus keresés, tervezés és más problémamegoldó tevékenység szünetel. Ekkor úgynevezett *reprezentációs folyamatok* zajlanak: a probléma tanulmányozása, régi interpretációk elvetése, újak konstruálása, a kényszerek gyengülnek, operátorok hívódnak elő stb. A belátás problémája mindazonáltal még nem tekinthető véglegesen megoldottnak.

3. táblázat. Belátással kapcsolatos jelenségek és jellemzőik (Ohlsson, 1992. 36. o. alapján)

<i>Elnevezés</i>	<i>Leírás</i>	<i>Magyarázat</i>
<i>Holtpont</i>	A lehetőségek kimerültek; a problémamegoldás megáll	A releváns operátorok nem aktiváltak vagy hiányoznak
<i>Részleges belátás</i>	A holtpont áttörése	A reprezentáció megváltoztatásával aktiválódhat a szükséges operátor
<i>Teljes belátás</i>	Megjelenik a teljes megoldás	Hirtelen mentális előretételezés introspektív tudatosság nélkül
<i>Funkcionális kötöttség</i>	Nehézség az ismerős tárgyak használatában ismeretlen helyzetben	A tárgyakhoz az előző tapasztalatok nyomán kapcsolo- lódnak az operátorok
<i>Inkubáció</i>	A siker valószínűsége megnő pauzálás következtében	Különböző ismeretek eltérő arányú felejtése
<i>Célzás</i>	A siker valószínűsége megnő külső esemény következtében	Az esemény releváns eddig nem aktivált operátort aktivált
<i>Illumináció</i>	A probléma spontán felidézése és teljes belátás	A külső esemény operátort aktivál, amely aztán aktiválja a problémát
<i>Beállítódás</i>	Előnyben van az ismerős, de hosszabb megoldás a rövidebbel szemben	Szabályok kompozíciója a procedurális tudás automatizációja alatt

További megállapítások ismerhetők meg, ha abból indulunk ki, hogy az információ miképpen tárolódik a memóriában. *Solso* (1988) három elméleti nézetet említ erre vonatkozóan: (a) a radikális képi hipotézis (*radical imagery hypothesis*) alapján a vizuális és verbális információ a memóriában tárolható képekké alakítható; (b) fogalmi-propozicionális hipotézis (*conceptual propositional hypothesis*) szerint az információ absztrakt proposíciók formájában tárolt; (c) a duális kódolás (*dual coding hypothesis*) feltételezésekor pedig az információ verbális és képi rendszerben is kódolható és tárolható. Az utóbbi hipotézist pszichológiai és neurológiai vizsgálatok is megerősíteni látszanak. Például az agy bal féltekéjének károsodása a verbális memória zavarával járhat, míg a jobb félteke esetében a vizuálissal (*Luria, 1976*).

A duális kódolás elmélete nyomán *Wachsmuth* (1981) a matematikai gondolkodás két módjára hívta fel a figyelmet. Az úgynevezett „L-Modus” és az úgynevezett „R-

Modus” jellemzőit a 4. táblázat foglalja össze (Pehkonen, 1991). E két gondolkodásmód együttműködése teszi lehetővé a kreatív és a logikus gondolkodás kölcsönhatását.

4. táblázat. A matematikai gondolkodás két módja Wachsmuth (1981) nyomán (Pehkonen, 1991. 49. o.)

<i>L-Modus</i>	<i>R-Modus</i>
Koncentráció a részletekre	Részletek mellőzése
Gondolatok kanalizálása (szisztematikus megoldásra törekvés)	Asszociálás (végső esetben szabad asszociálás)
Kauzális gondolkodás (lineáris idő)	Térbeli gondolkodás (nincs kapcsolat az idővel)
Megértés, következtetés (szavakkal és szimbólumokkal)	Kibontakozás szemléléssel és ötletekkel (érzés szerint)
Konvergens gondolkodás (egészében tudatos)	Divergens gondolkodás (részben tudattalan)

A matematikában általában a kreatív gondolkodás problémaszituációkhoz kapcsolódik. Sematikusan fogalmazva a feltehetően a jobb agyféltekére koncentrálódó divergens gondolkodás számos különböző gondolatot produkál. Közülük néhány jónak tűnik, s a megoldás ezekből formálódik logikus gondolkodással, amely azonban inkább a bal agyféltekében feltételezhető.

Problémamegoldáskor tehát a kreatív próbálkozások, kísérletek nélkülözhetetlenek. Pehkonen (1991) továbbá kiemeli, hogy Wheatley és munkatársai (Wheatley, Mitchell, Frankland és Kraft, 1978. 26. o.) úgy vélik, hogy a tanulók problémamegoldó nehézségei mögött a bal agyfélteke funkcióinak hangsúlyozása lappanghat. Következésképpen szükség van a tanítási-tanulási folyamatban olyan feladatokra is, amelyeknél több megoldás lehetséges, több megoldási módszer alkalmazható, mert a jobb agyfélteke használatára ekkor nagyobb a lehetőség. Mindezek ismételten aláhúzzák a problémátípusok és jellemzőik megismerésének a jelentőségét.

Összegzés

Szakirodalmi áttekintésünkben a problémamegoldó tanítást két irányból közelítettük meg: egyrészt a probléma felől, másrészt a problémamegoldó folyamat irányából. Választásunkat indokolta, hogy egyrészt a problémamegoldó tanításhoz effektív probléma-helyzetek szükségesek, másrészt tudnunk kell, hogy miképpen megy végbe a probléma-

megoldás. A feladatmegoldások során sokszor elhangzó *Gondolkozatok!* felszólítás önmagában aligha hatékony.

Ezen követelmények teljesülése esetén beszélhetünk csak a problémamegoldó tanítási eljárások és módszerek helyes és sikeres alkalmazásáról. Ekkor korrigálhatók a téves nézetek és felfogások.

Am a gyakorló tanár konkrét kezdeményezéseinél gondot jelenthet, hogy a memorizáláshoz szokott (szoktatott) tanuló a hagyományos magyarázó modellre épülő iskolában a magolást nem feltétlenül eredménytelenül éli meg. A baj akkor következik be, amikor a memorizálandó rutinfeladatok számával a tanulási idő nő. Ugyanakkor a rutinok csak szűk körben működnek, s a tanuló nem képes őket más, de ugyanazokra a fogalmakra épülő problémákra alkalmazni. Ekkor a szorgalmas, s esetleg jó képességű tanuló már sikertelenné válhat (*Majoros, 1992; Skemp, 1971*).

Vajon az egyik fő szabályozó, a jelenlegi vizsgarendszer (érettségi, felvételi) segíti vagy gátolja ezt a gyakorlatot? A felvételi vizsgákon vannak ugyan gondolkodtató feladatok, de több helyre ezek nélkül is be lehet kerülni. Így előfordulhat, hogy a középiskolai jobb tanulók is pusztán az ismeretanyag rutinszerű alkalmazására vannak szoktatva. Hangsúlyozzuk, hogy *szükség van a rutinokra* (*Owen és Sweller, 1989; Pass és Van Merriënboer, 1994; Sweller, 1988; Sweller, 1990*), *de félrevezethet a rutintanulás kizárólagossága*. A tanár és a tanulók céljai annyira különbözhetnek, hogy a tanár ugyan törekedhet a problémamegoldásra, a relációs tanulás kialakítására, ám a tanítványai, sőt a szülők ebben nem osztoznak vele, többek között az említett okok miatt sem. A leg-*elemibb kommunikációs tényező, a tanulás folyamatának gondolkodás pszichológiai leírásának az ismerete hiányzik.*

Irodalmi áttekintésünkben erre a tényezőre koncentrálnak nem foglalkoztunk (1) metodikai kérdésekkel, és (2) tanítás-szervezési kérdésekkel. Az előbbivel kapcsolatban csak megjegyezzük, hogy bár a metodikai sablonokat a problémamegoldó tanítás nem tűri, egyes eljárások ismerete szükséges. Szándékunk szerint ebben a témakörben hozzáférhetőbb módszertani irodalomból ezek megválasztásához és alkalmazásához nyújthat segítséget írásunk. Talán most elég utalunk *Pólya* munkáira.

A szervezéssel kapcsolatban úgy gondoljuk, hogy a tanítás-tanulás módszereinek szervezeti feltételei a mai helyzetben anyagi okok miatt nehezen módosíthatók. A nagyobb osztálylétszám egyik rendkívül fontos következménye az, hogy a tanár számára erős megszorításokat jelent a tanítási módszerek szabadságában, amely pedig alapvető feltétele az oktatási és nevelési célok megvalósításának. Ennélfogva *a lehetőségekhez mérten* olyan megoldásokat kell keresni, amelyek a kollektív munka mellett az egyéni különbségek figyelembe vételét is lehetővé teszik (lásd például *Balogh, 1987; Bissenden, 1980; Davidson, 1985; Dees, 1991; Good, Grouws és Mason, 1990; Horváth, 1994; Kürti, 1989; Laszlavik, 1982; Nádas, 1986; Slavin, 1985; Webb, 1991*).

A problémamegoldó tanítás megköveteli a fejlett tanár-diák interakciót kérdésekkel, javaslatokkal. Vita során az effektív problémahelyzetek teszik képessé a tanárt olyan döntések meghozására, amelyek a tanári semlegesség feladásával nem járnak, s így az önálló tanulói problémamegoldó tevékenység kerülhet az előtérbe.

Amint láttuk, a problémák felosztása több szempontból is lehetséges. De az eltérések keresésekor sem feledkezhünk meg arról, ami közös bennük: arról, ami a problémát

problémává teszi, minthogy a probléma szó jelenleg is gyakran hallható a tanítási órákon a kérdés, a feladat fogalmak helyett akkor is, amikor az nem indokolt. Noha a kérdés és a feladat kevésbé elkülöníthetők, a probléma és a feladat fogalmak terjedelme nem azonos. Egyebek között *a cél és az akadály* terminusokkal kifejezett probléma definíció számos probléma megoldását elősegítheti.

A probléma felvetődése és megoldása összefügg a memória működésével. De éppen a probléma lényegéből adódik, hogy a pusztán felidézésnél többről van szó. Mivel az aktivizáció terjedése a memóriában nem tudatos automatikus folyamat, a nem aktivizált releváns operátorok felidezéséhez a pillanatnyilag létező elégtelen *probléma-reprezentáció módosítása* szükséges. A lehetőségek keresését heurisztikus stratégiák segíthetik. Az úgynevezett *vezetési folyamatokban* mutatkozik meg a problémamegoldó tevékenység dinamikus és ciklikus vizsgálódó karaktere. A „komplett és helyes megoldás hirtelen megtalálása” elvezet a *belátás* fogalmához. A belátás elméletét erősíti a belátással kapcsolatos jelenségek világos megkülönböztetése, leírása.

Kitekintésünkben nem volt szándékunkban kiterjedt vagy mély elemzés. Továbbá a pedagógiai gyakorlat szemszögéből a problémamegoldás másképpen is megközelíthető. Csupán annak hangsúlyozására vállalkoztunk, hogy a tanulóknak különböző típusú problémák megoldásában kell gyakorlattal rendelkezniük, s így a problémakomplexumok kiválasztása nem közömbös. A problémamegoldás tudatos elsajátításához pedig szükség van gondolkodáspszichológiai ismeretekre is. E témakörben magyar nyelven említhető *Horváth György* főképp pedagógusoknak írt munkája (1984), amely összefoglalja a gondolkodás vizsgálatában iránymutató szaktudományok addigi eredményeit is, *Csapó Benő* (1992) pedig kognitív tudomány és a pedagógia találkozását mutatja be.

Irodalom

- Alderman, D. L. (1978): Tree searching and student problem solving. *Journal of Educational Psychology*, **70**, 2. sz. 209–217.
- Anderson, B. F. (1969): *Cognitive psychology: The study of knowing, learning and thinking*. Academic Press, New York.
- Anderson, J. R. (1983): *The architecture of cognition*. Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- Anderson, J. R. és Thompson, R. (1989): Use of analogy in a production system architecture. In: Vosniadou, S. és Ortony, A. (szerk.): *Similarity and analogical reasoning*. Cambridge University Press, Cambridge. 267–297.
- Assessment of Performance Unit (1984) *Science in schools: Age 13. Report No. 2*. London: HMSO.
- Balogh László (1987): *Feladatrendszerek és gondolkodásfejlesztés (Kísérlet a gimnáziumi nyelvtanításban)*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Baron, J. (1988): *Thinking and deciding*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Belikov, B. S. (1989): *General methods for solving physics problems*. Mir Publishers, Moscow.
- Bentley, D. és Watts, D. M. (1989): *Learning and teaching in school science: practical alternatives*. Open University Press, Milton Keynes.
- Bissenden, T. H. F. (1980): *Mathematics teaching: Theory in practice*. London.
- Borasi, R. (1986): On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, **17**, 125–141.

- Brown, S. I. és Walter, M. I. (1990): *The art of problem posing*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, N. J.
- Chi, M. T. H., Feltovich, P. J. és Glaser, R. (1981): Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, **5**. 2. sz. 121–152.
- Chi, M. T. H., Glaser, R. és Rees, E. (1982): Expertise in problem solving. In: Sternberg, R. I. (szerk.): *Advances in the psychology of human intelligence*. Vol.1. Lawrence Erlbaum Associates Hillsdale, N. J. 7–75.
- Csapó Benő (1992): *Kognitív pedagógia*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Davidson, N. (1985): Small-group learning and teaching in mathematics: A selective review of the research. In: Slavin, R., Sharan, S., Kagan, S., Hertz-Lazarowitz, R., Webb, C. és Schmuck, R. (szerk.): *Learning to cooperate, cooperating to learn*. Plenum Press, New York. 211–230.
- Dees, R. L. (1991): The role of cooperative learning in increasing problem solving ability in a college remedial course. *Journal for Research in Mathematics Education*, **22**. 5. sz. 409–421.
- De Groot, A. D. (1956): Über das Denken des Schachspielers. *Rivista di psicologia*. **50**. 73104.
- Dellarosa, D. (1988/1994): A gondolkodás története. In: Dobi János (szerk.): *A matematikatanítás a gondolkodásfejlesztés szolgálatában (Tantárgypedagógiai szöveggyűjtemény)*. Calibra Kiadó-Keraban Kiadó, Budapest. 6–19.
- Dewey, J. (1910): *How we think*. Holt, Rinehart and Winston, New York.
- Dowson, J. (1987): Getting results and solving problems. In: Fisher, R. (szerk.): *Problem solving in primary schools*. Basil Blackwell, Oxford. 2126.
- Egan, D. E. és Greeno, J. G. (1974): Theory of rule induction: Knowledge acquired in concept learning, serial pattern learning and problem solving. In: Gregg, L. W. (szerk.): *Knowledge and cognition*. Erlbaum, Hillsdale, N. J. 43–103.
- Ericsson, K. A. és Simon, H. A. (1980): Verbal reports as data. *Psychological Review*, **87**. 215–252.
- Ericsson, K. A. és Simon, H. A. (1984): *Protocol Analysis*. MA: MIT Press, Cambridge.
- Frederickson, N. (1984): Implication of cognitív theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*. **54**. 363–407.
- Gilhooly, K. J. (1988): *Thinking: directed, undirected and creative*. Academic Press, London and San Diego.
- Gonzales, N. A. (1994): Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and Mathematics*. **94**. 2. sz. 78–84.
- Good, T. L., Grouws, D. A. és Mason, D. A. (1990): Teachers' beliefs about small group instruction in elementary school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, **21**. 1. sz. 2–15.
- Graeber, A. O. (1994): Problem solving: Managing it all. *The Mathematics Teacher*. **87**. 3. sz. 195–199.
- Greeno, J. G. (1974): Processes of learning and comprehension. In: Gregg, L. W. (szerk.): *Knowledge and cognition*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, N. J. 17–28.
- Greeno, J. G. (1975): *Basic cognitive processes*. Open University Press, Milton Keynes.
- Greeno, J. G. (1978): Natures of problem solving abilities. In: Estes, W. K. (szerk.): *Handbook of learning and cognitive processes*. Vol. 5. Erlbaum, Hillsdale, N. J.
- Greeno, J. G. és Simon, H. A. (1988): Problem solving and reasoning. In: Atkinson, R. C., Hernstein, R. J., Lindzey, G. és Duncan Luce, R. (szerk.): *Stevens _ handbook of experimental psychology*. Wiley, New York.
- Hall, J. F. (1982/1989): *Learning and memory*. Allyn and Bacon, Inc., Boston.
- Hart, K. M. (szerk., 1981): *Children's understanding of mathematics: 11–16*. Alden Press, Oxford, London and Northampton.
- Hayes, J. R. és Simon, H. A. (1976): The understanding process: Problem isomorphs. *Cognitive Psychology*, **8**. sz. 165–190.

A probléma és a problémamegoldó gondolkodás

- Hiebsch, H. (1957/1959): A produktív gondolkodásra nevelésről. In: Lénárd Ferenc és Surányi Gábor (szerk.): *A tanulók személyisége és gondolkodása*. Tankönyvkiadó, Budapest. 152–156.
- Hilgard, E. R. (1948/1974): Alakelmélet. In: Kardos Lajos (szerk.): *Alaklélektan*. Gondolat Könyvkiadó, Budapest. 336–368.
- Hinsley, D. A., Hayes, J. R. és Simon, H. A. (1978): From words to equations: Meaning and representation in algebra word problems. In: Carpenter, P. A. és Just, M. A. (szerk.): *Cognitive processes in comprehension*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale. N. J. 89–105.
- Holland, J. H. Holyoak, K. J. Nisbet, R. E. és Thagard, R. R. (1986): *Induction: processes of inference, learning and discovery*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- Horváth Attila (1994): *Kooperatív technikák (Hatékonyság a nevelésben)*. ALTERN füzetek 7. OKI Iskolafejlesztési Központ, Budapest.
- Horváth György (1984): *A tartalmas gondolkodás*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Hutchinson, E. D. (1949): *How to think creatively*. Abingdon Cokesbury, New York.
- Jackson, K. F. (1983): *The art of solving problems: Bulmershe-Comino Problem Solving Project*. Reading: Bulmershe College.
- Johnson, D. M. (1972): *Systematic introduction to the psychology of thinking*. Harper and Row, New York.
- Kahney, H. (1986): *Problem solving: A cognitive approach*. Open University Press, Milton Keynes.
- Kantowski, M. G. (1980): Some thoughts on teaching for problem solving. In: *NCTM Yearbook*. 195–203.
- Kantowski, M. G. (1981): Problem solving. In: Fennema, E. (szerk.): *Mathematics education research: Implication for the 80's*. Reston, Va. 111–126.
- Kürti Istvánné (1982): *Tervek, hipotézisek, stratégiák a 9–14 éves gyermekek gondolkodásában*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Kürti Jarmila (1989): *Kreativitásfejlesztés kisiskoláskorban*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Larkin, J. H., McDermot, J., Simon, D. P. és Simon, H. A. (1980): Expert and Novice Performance in Solving Physics Problems. *Science*, 208. 1335–1342.
- Laszlavik Éva (1982): *A csoportszervezés eljárásai és lehetőségei az angol és amerikai szakirodalom tükrében*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Lawson, M. J. (1990): The case for instruction in use of general problem-solving strategies in mathematics: A comment on Owen and Sweller (1989). *Journal for Research in Mathematics Education*, 21. 5. sz. 403–410.
- Leino, J. (1987): The importance of problem solving in mathematics teaching. In: Pehkonen, E. (szerk.): *Articles on mathematics education*. (Research Report 55) Department of Teacher Education, University of Helsinki, Helsinki. 57–69.
- Lénárd Ferenc (1982): *A gondolkodás hétköznapjai*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Lénárd Ferenc (1978/1984): *A problémamegoldó gondolkodás*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Lovett, M. C. és Anderson, J. R. (1994): Effects of solving related proofs on memory and transfer in geometry problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 20. 366–378.
- Luria, A. R. (1976): *The neuropsychology of memory*. Winston, Washington, D. C.
- Majoros Mária (1992): *Oktassunk vagy buktassunk? (A tipikus matematikai hibák mögött rejlő gondolkodási mechanizmusok)*. Calibra Kiadó, Budapest.
- Mayer, R. E. (1979): *Denken und Problemlösen: eine Einführung in menschliches Denken und Lernen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- M. Nádasi Mária (1986): *Egységesség és differenciáltság a tanítási órán*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Nagy József (1985): *A tudástechnológia elméleti alapjai*. OOK, Veszprém.

- Newell, A., Shaw, J. C. és Simon, H. A. (1962): The process of creative thinking. In: Gruber, H. E., Tessel, G. és Wertheimer, M. (szerk.): *Contemporary approaches to creative thinking*. Atherton Press, New York.
- Newell, A. és Simon, H. A. (1972): *Human problem solving*. Prentice Hall, Englewood Cliffs. N. J.
- Novick, L. R. és Holyoak, K. J. (1991): Mathematical problem solving by analogy. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **17**. 398–415.
- Ohlsson, S. (1992): Informationprocessing explanations of insight and related phenomena. In: Keane, M. T. és Gilhooly, K. J.: *Advances in the psychology of thinking. Volume one*. Harvester Wheatsheaf, Hertfordshire. 144.
- Osborn, A. F. (1963): *Applied imagination*. Scribener, New York.
- Owen, E. és Sweller, J. (1989): Should problem-solving be used as a learning device in mathematics? *Journal for Research in Mathematics Education*, **20**. 3. sz. 322–328.
- Pass, F. G. W. C. és Van Merrinboer, J. J. G. (1994): Variability of worked examples and transfer of geometrical problemsolving skills: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, **86**. 1. sz. 122–133.
- Pehkonen, E. (1987): The meaning of problem-solving for children's development. In: Pehkonen, E. (szerk.): *Articles on mathematics education*. (Research Report 55) Department of Teacher Education University of Helsinki, Helsinki. 71–86.
- Pehkonen, E. (1991): Zwei Modi des Denkens Implikationen zum Mathematikunterricht. *Mathematica Didactica*. **14**. 1. sz. 46–59.
- Pietrasinski, Z. (1967): *A helyes gondolkodás pszichológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Pólya György (1957): *A gondolkodás iskolája*. Bibliotheca, Budapest.
- Polya, G. (1981): *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*. Wiley, New York.
- Pólya György (1979): *A problémamegoldás iskolája*. I. kötet, Tankönyvkiadó, Budapest.
- Pólya György (1970): *A problémamegoldás iskolája*. II. kötet, Tankönyvkiadó, Budapest.
- Reitman, W. R. (1965): *Cognition and thought*. Wiley, New York. (idézik: Gilhooly, K. J. (1988): *Thinking: directed, undirected and creative*. Academic Press, London and San Diego. 3. o. és Mayer, R. E. (1979): *Denken und Problemlösen: eine Einführung in menschliches Denken und Lernen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. 5. o.)
- Réthy Endréné (1988): *A tanítás-tanulási folyamat motivációs lehetőségeinek elemzése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Ross, B. H. és Kennedy, P. T. (1990): Generalizing from the use of earlier examples in problem-solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **16**. 42–55.
- Rossmann, J. (1931): *The Psychology of the Inventor*. Inventor's Publishing Co., Washington.
- Rowe, H. A. H. (1985): *Problem solving and intelligence*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale. N. J.
- Ruiz, D.: *Learning and problem-solving: What is learned while solving the Towers of Hanoi?* Unpublished doctoral dissertation. Stanford University.
- Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical problem solving*. Academic Press, New York.
- Schoenfeld, A. H. (1987): What's all the fuss about metacognition? In: Schoenfeld, A. H. (szerk.): *Cognitive science and mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale. N. J. 189–215.
- Schraagen, J. M. (1993): How experts solve a novel problem in experimental design. *Cognitive Science*. **17**. 2. sz. 285–309.
- Silver, E. A. (1981): Recall of mathematical information: Solving related problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, **12**. 54–64.

A probléma és a problémamegoldó gondolkodás

- Silver, E. A. (1987): Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem-solving. In: Schoenfeld, A. H. (szerk.): *Cognitive science and mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale. N. J. 33–60.
- Simon, H. A. (1973/1982): A rosszul strukturált problémák struktúrája. In: Simon, H. A.: *Korlátozott racionalitás (Válogatott Tanulmányok)*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- Skemp, R. R. (1971): *The psychology of learning mathematics*. Penguin Books Ltd., Harmondsworth. Magyarul: Skemp, R. R. (1975): *A matematikatanulás pszichológiája*. Gondolat, Budapest.
- Skinner, B. F. (1973): *A tanítás technológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Slavin, R. E. (1985): An introduction to cooperative learning research. In: Slavin, R., Sharan, S., Kagan, S., HertzLazarowitz, R., Webb, C. és Schmuck, R. (szerk.): *Learning to cooperate, cooperating to learn*. Plenum Press, New York. 211–230.
- Sloane, H. N. és Jackson, D. A. (1974): *A guide to motivating learners*. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Solso, R. L. (1988): *Cognitive psychology*. Allyn and Bacon, Inc., Boston.
- Sternberg, R. J. (1980): Sketch of a componential subtheory of human intelligence. *The Behavioral and Brain Sciences*, **3**. 573–614.
- Sweller, J. (1988): Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*. **12**. 2. sz. 257–285.
- Sweller, J. (1990): On the limited evidence for the effectiveness of teaching general problem-solving strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, **21**. 5. sz. 411–415.
- Szent-Györgyi Albert (1964/1973): Az oktatás és az egyre bővülő ismeretek. In: Szent-Györgyi Albert: *Az élet jellege*. Magvető Kiadó, Budapest.
- Thagard, P. (1992): Adversarial problem solving: Modeling an opponent using explanatory coherence. *Cognitive Science*. **16**. 123–149.
- VanLehn, K. (1989): Problem solving and cognitive skill acquisition. In: Posner, M. I. (szerk.): *Foundations of cognitive science*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Vinacke, W. E. (1952): *The psychology of thinking*. McGraw-Hill, New York.
- Wachsmuth, I. (1981): Two modes of thinking also relevant for learning of mathematics? *For the learning of Mathematics*, **2**. 2. sz. 38–45.
- Wallas, G. (1926): *The art of thought*. Jonathan Cape, London.
- Walter, M. I. és Brown, S. I. (1977): Problem posing and problem solving: An illustration of their interdependence. *Mathematics Teacher*, **70**. 1. sz. 4–13.
- Watts, M. (1991): *The science of problem-solving*. Cassel Educational Limited, London.
- Webb, N. M. (1991): Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, **22**. 5. sz. 366–389.
- Wertheimer, M. (1945): *Productive thinking*. Harper, New York. (idézi: Hilgard, E. R. (1948/1974): Alakelmélet. In: Kardos Lajos (szerk.): *Alaklélektan*. Gondolat Könyvkiadó, Budapest. 336–368. 356.
- Wheatley, G. H., Mitchell, R., Frankland, R. L. és Kraft, R. (1978): Hemispheric specialization and cognitive development: implications for mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, **9**. 1. sz. 20–32.
- Young, J. W. (1940): *Technique for producing ideas*. Advanced Publications, Chicago.

Kontra József

ABSTRACT

JÓZSEF KONTRA: PROBLEM AND PROBLEM SOLVING

There is no teaching-learning process without problems. Thinking poses problems and attempts to solve them. The main goal of problem solving teaching is developing the student's problem sensibility and problem solving skill. Consequently for efficient pedagogical application we must know quite properly the problem's concept and characteristics, so the possible problem-categories in addition to the features of problem solving process. This is how it can happen that the problem solving techniques or teaching methods are often misused in the school practice. There exist a lot of misunderstandings and erroneous opinions about problem solving among school teachers, too. Altogether, they might have an imperfect theoretical knowledge considering the great advances during the last few years. This gives grounds for making the teachers in Hungarian schools acquainted with the findings nowadays generally accepted in this field and the contemporary approaches to the issue of problem solving, which are presumably unknown to them. Being out for recent information we endeavoured in the first place to draw from the comparatively fresh foreign, mainly English written publications. In this article we examine largely the followings: (1) What can be qualified as a problem? How can the problems be classified? Because of the relevant literature in abundance we choose examples from the field of mathematics and physics. (2) In what manner can the problems be fitted into the teaching-learning process? (3) What are the characteristics of the problem solving process? In this review we have no intention of providing a detailed analysis. Other aspects of the problem solving teaching can also be studied. We are not discussing the methodological and organizational questions of the subject. We undertake only to emphasize that the students must have practice or routine of dealing with problems of different kinds. Therefore the selection of problem-groups is an important issue in the problem solving teaching practice. Furthermore in order to acquire consciously the problem solving techniques it is absolutely necessary to have a range of information about psychological issues as well.

MAGYAR PEDAGÓGIA **96**. Number 4. 341–366. (1996)

Levelezési cím / Address for correspondence: Kontra József, Munkácsy Mihály Gimnázium, H-7401 Kaposvár, Pf. 142.